УДК 372.851
Ф.С. Алдабергенов
Школа-гимназия №32 (г. Астана),
E-mail: aldabergenov-62@mail.ru

Математика в архитектуре, или законы построения перспектив

Аннотация. *Связь преподавания геометрии и черчения обусловлена тем, что геометрия дает теоретические основы для черчения, а навыки построения, полученные в процессе обучения черчению, используются на уроках геометрии. Учащиеся, строя перспективы в архитектурных чертежах, могли всегда перепроверить себя, воспользовавшись разными формулами и теоремами из математики, а также смогли доказать, что законы построения перспектив в архитектуре математически верны.*
Ключевые слова: *перспективы, проецирующие лучи, теорема косинусов.*

Введение. Межпредметная связь в процессе обучения в школе – необходимое условие успешного преподавания. От того, как осуществляется эта связь в школе, зависит многое, прежде всего развитие мышления учащихся, их кругозор, насколько сознательно будут применяться полученные ими знания в жизненных ситуациях. У школьника формируется целостная картина мира, общее представление о законах природы и общества в рыночной экономике. Каждый ученик почувствовал бы определенную преемственность между математикой и черчением, как в содержании, методах, так и в приемах учебной деятельности. (спец. курс).

Черчение и математика. Эти два предмета в школьном курсе занимаются изучением пространственных форм и пространственных отношений материального мира. Нельзя забывать, что математика – основа современной мысли. Ее богатства используются в самых различных областях научного знания. Без математики трудно порой обойтись при изучении дисциплин, казалось бы, далеких от математики.

Связь преподавания геометрии и черчения обусловлена еще и тем, что геометрия дает теоретические основы для черчения, а навыки построения, полученные в процессе обучения черчению, используются на уроках геометрии. Учитель черчения опирается на теоретические сведения, известные учащимся из курса геометрии, равно как и учитель геометрии следует больше обращать внимание на вопросы связанные с построениями.

Обзор литературы. На необходимость использования разнообразных приемов работы чертежными инструментами на уроках геометрии указывал в свое время геометр Н.Ф.Четверухин. Раньше об этом говорилось в трудах Аль-Фараби «Приемы циркуля и линейки», эта книга давала необходимые научные основы для овладения азбукой инженерного дела – черчения. В трудах советских профессоров Н.А. Рынина, А.И. Добрякова, В.О. Гордона, Н.Ф. Четверухина начертательной геометрии получило большое развитие и применение во многих областях науки, техники и искусства.

Основная часть. Черчение и математика в школьном курсе занимаются изучением пространственных форм и пространственных отношений материального мира. Математика-это основа современной технической мысли.

Сегодня учащиеся приобщаются к более сложным и осмысленным геометрическим понятиям, навыкам построения и измерения. В связи с этим теперь ещё в большей степени нужна связь геометрии со смежными предметами, прежде всего с черчением. Она должна проходить красной нитью через весь курс обучения. Черчение является одной из отраслей большой науки математики.

Связь геометрии и черчения обусловлена тем, что геометрия дает теоретические основы черчения, а навыки построения, получаемые в процессе обучения черчению, используются на уроках геометрии.

В процессе изучения предмета черчения ученики в значительной степени расширяет кругозор, получает определенный объем знаний по изображению и построению графических работ. А ученики для себя обнаружил, что обучение черчению строится на математической основе. Это их очень заинтересовало, и они стали посещать специальные курсы по «Инженерной графике». Далее начали заниматься перспективой, ведь она дает возможность наглядно изобразить трехмерность объемно-пространственных форм, их взаимное расположение, выявить глубинность внутреннего и внешнего пространства, передать пространственный характер окружающей среды и пейзажа. Перспективы в архитектуре оказались ученикам по душе, им было не в тягость изучать их.

Строя перспективы в архитектурных чертежах учащиеся могли всегда перепроверить себя, воспользовавшись разными формулами и теоремами из математики. А также смогли доказать, что законы построения перспектив в архитектуре, математически верны (рисунок 3 и рисунок 3а).

Как известно, в основе построения перспективных изображений лежит метод центральных проекций.

Сущность этого метода заключается в следующем. Пусть в пространстве находится какой-нибудь оригинал (предмет), например, четырехгранник CABD (рисунок 1). Из точки S проведем проецирующие лучи через точки C, A, B, D вершин оригинала и затем рассечем пучок этих лучей плоскостью K.

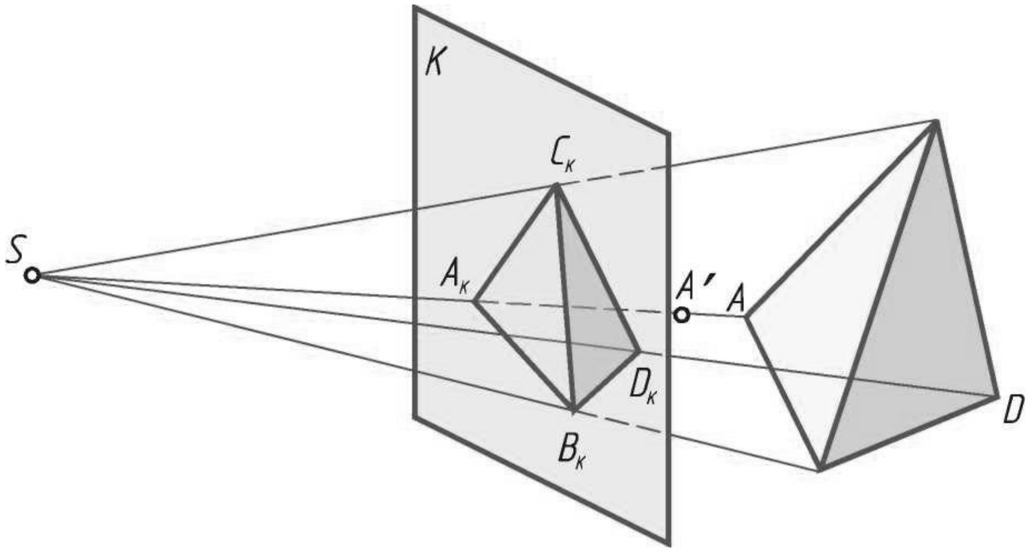

Рисунок 1 - Прямоугольное проецирования правильной трехгранной пирамиды

Соединив точки C_K, A_K, B_K, D_K пересечения лучей с этой плоскостью (в таком же порядке, в каком соединены точки CABD в оригинале), получим на плоскости K подобное изображение данного оригинала $C_KA_KB_KD_K$.

Полученное изображение называется центральной проекцией оригинала на плоскости K, или перспективной проекцией (рисунок 1).

Точка S называется точкой зрения или центром проекции.

Линии, соединяющие точки предмета с точкой зрения, называются лучами зрения.

Плоскость K называется картиной плоскостью или просто картиной.

Таким образом, перспективной проекцией, или перспективой оригинала (предмета), называется его изображение, полученное на плоскости (поверхности) методом центрального проецирования.

Математические способы нахождения отрезков (сторон) в перспективах на примере чертежа жилого дома (рисунок 2, 3, 4, 5).

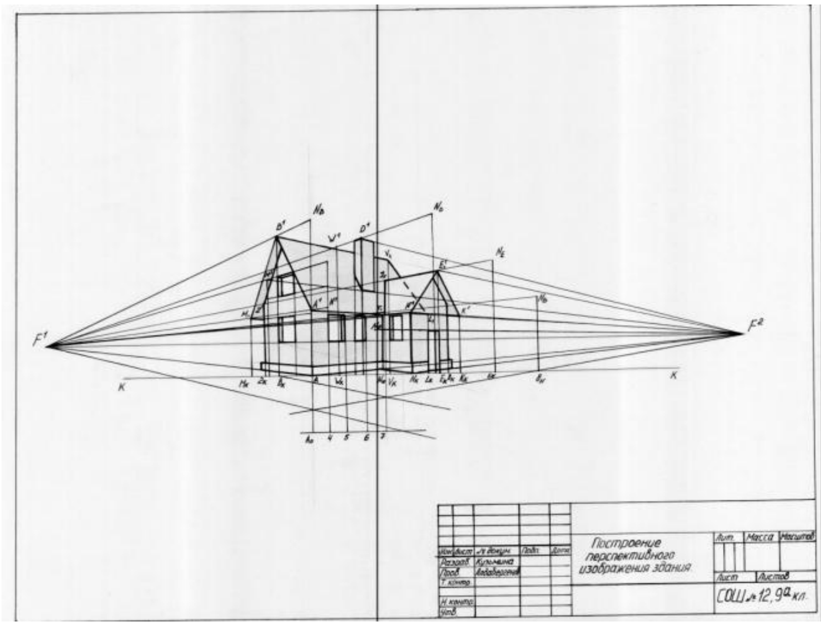

Рисунок 2 - Построение перспективного изображения здания 1

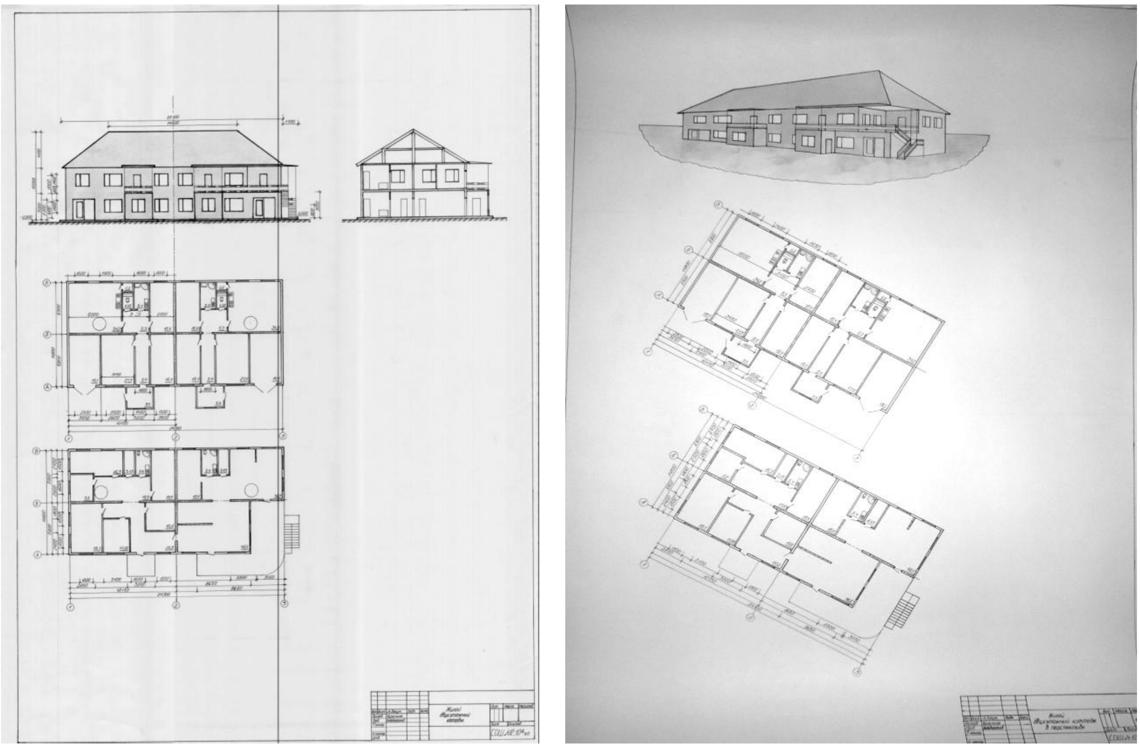

Рисунок 3 - Построение перспективного изображения здания 2

1) Применим подобия:

Взяв отрезки с нулевой точки из масштаба высот и масштаба широт, поделив их между собой, затем повторив это 2 раза со следующими отрезками. Каждый раз ответ повторялся, это говорит о том, что эти отрезки подобны, ведь в натуральную величину они все между собой равны [1].

$$\frac{N_2M_2}{3M_2} = \frac{N_1M_1}{0M_1} = \frac{N_3M_3}{7M_3} \qquad \frac{61}{73{,}5} = \frac{89{,}5}{108} = \frac{43}{51{,}5} \qquad 0{,}83=0{,}83=0{,}83$$

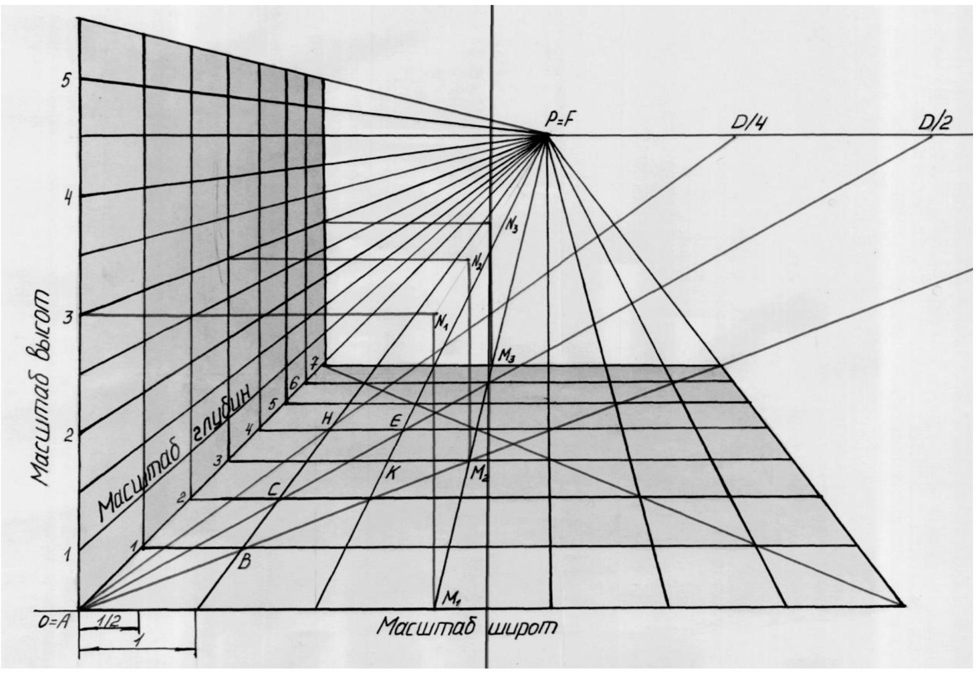

Рисунок 4 - Построение перспективного изображения здания 3

2) Используем теорему косинусов [2]:

$$a^2 = b^2+c^2 - 2bc\cdot\cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \frac{b2 + c2 - a2}{2bc}$$

$$\cos\alpha = \frac{147{,}5^2 + 202{,}5^2 - 108^2}{2\cdot 147{,}5\cdot 202{,}5} = \frac{21756{,}25 + 41006{,}25 - 11664}{59737{,}5} =$$

$$= \frac{62762{,}5 - 11664}{59737{,}5} = \frac{51098{,}5}{59734{,}5} \approx 0{,}8553$$

$\cos\alpha = 0{,}8553$

$\alpha = 31°12'$

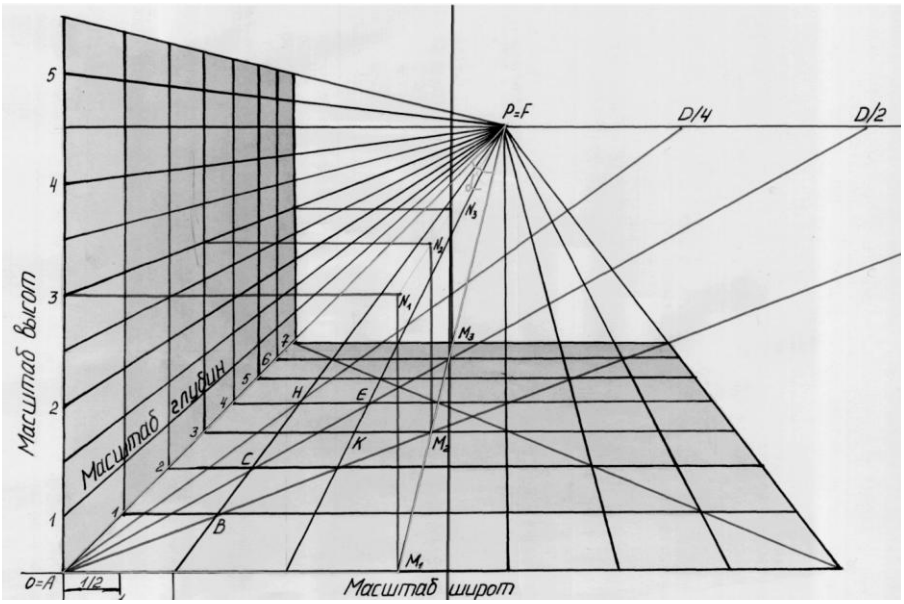

Рисунок 5 - Построение перспективного изображения здания 4

Используя теорему косинусов, вычислить угол, который равен 31,12. Сам по себе ответ ничего не дает, но цель ученика доказать, что, построив перспективу, мы можем взять любой угол или любой отрезок, решить его и сверить с чертежом. В случае если ответ и чертеж сходятся, можно утверждать, что законы перспективы работают [3].

3) Используем определения синуса, косинуса и тангенса острого угла в прямоугольном треугольнике (рисунок 6 и 7):

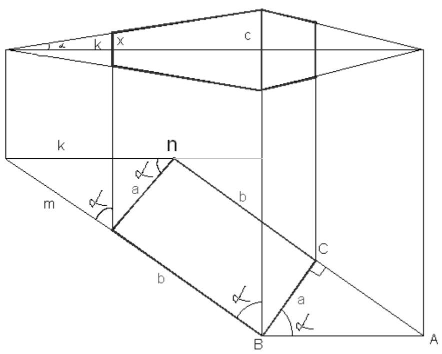

Рисунок 6 – Построение перспектив здания

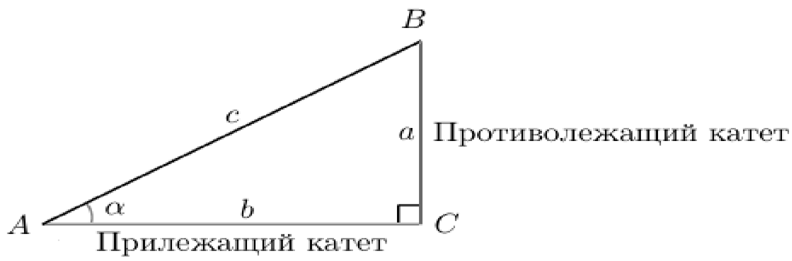

Рисунок 7 – Построение из перспектив здания в тригонометрических функциях

$$\sin\alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$$

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{b}{a}$$

$$\cos\alpha = \frac{a}{AB} \Longrightarrow AB = \frac{a}{\cos\alpha}$$

$$\sin\alpha = \frac{AC}{AB}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{m}{a} \Longrightarrow m = a\cdot\operatorname{tg}\alpha$$

$$\sin\alpha = \frac{k}{m} \Longrightarrow k = m\cdot\sin\alpha \Longrightarrow k = a\cdot\operatorname{tg}\alpha\cdot\sin\alpha$$

$$\sin\alpha = \frac{n}{b+m} \Longrightarrow n = \sin\alpha(b+m)$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{c}{n} = \frac{c}{\sin\alpha(b+m)} = \frac{c}{\sin\alpha(b+a\cdot tg\alpha)}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{x}{k} \Longrightarrow x = \operatorname{tg}\alpha\cdot k = \frac{c}{\sin\alpha(b+a\cdot tg\alpha)}\cdot k = \frac{c}{\sin\alpha(b+a\cdot tg\alpha)}\cdot m\cdot\sin\alpha =$$

$$= \frac{c}{\sin\alpha(b+a\cdot tg\alpha)}\cdot a\cdot\operatorname{tg}\alpha\cdot\sin\alpha$$

$$x = \frac{c\cdot a\cdot tg\alpha}{b+a\cdot tg\alpha}$$

$$2x = 2\cdot\frac{c\cdot a\cdot tg\alpha}{b+a\cdot tg\alpha}$$

Найдем значения ближней стенки для одноэтажного жилого дома:

$$2x = 2\cdot\frac{c\cdot a\cdot tg\alpha}{b+a\cdot tg\alpha} = 2\cdot\frac{3\cdot 12\cdot tg60°}{24{,}5+12\cdot tg60°} = 2\cdot\frac{36\cdot\sqrt{3}}{24{,}5+12\cdot\sqrt{3}} = 2\cdot\frac{36\cdot 1{,}7}{24{,}5+12\cdot 1{,}7} \approx 2\cdot\frac{61{,}2}{44{,}9} \approx 2\cdot 1{,}4 \approx 2{,}8$$

Найдем значения ближней стенки для двухэтажного жилого коттеджа (см. Рисунок 2б):

$$2x = 2\cdot\frac{1{,}5\cdot 12\cdot 1{,}9626}{24{,}5+12\cdot 1{,}9626} = 2\cdot\frac{35{,}3268}{48{,}0512} \approx 2\cdot 0{,}73 \approx 1{,}47$$

Прикладываем линейку к чертежам, а именно к искомым отрезкам и убеждаемся в том, что эти значения абсолютно одинаковы. Это ещё раз подтверждает тот факт, что математический способ решения задач является одним из методов построения перспективы.

В итоге рассмотренных перспективных построений архитектурных чертежей на примере двухэтажного жилого коттеджа и одноэтажного жилого дома. Мы убедились, что математические способы решения, являются одним из методов построения перспектив в архитектуре, а сравнивая их с графическими видами, убедились, что значения оказались равными, таким образом мы доказали, что законы построения перспектив в архитектуре математически верны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Афанасьев В.В. Теория вероятностей в вопросах и задачах. – М.: Наука, 2007. – 350 с.

2 Бокаева М.С., Исмоилов Д., Сарбасова Н.Д. Курс лекций по теории вероятностей и математической статистике. – Павлодар, 2014. – 430 с.

3 Исмоилов Д. Аддитивные проблемы делителей. – Павлодар, 2010. – 243 с.

REFERENCES

1 Afanasyev V.V. Probability theory questions and problems. – M.: Nauka, 2007. – 350 p.

2 Bokaeva M.S., Ismailov D., ND Sarbasova Lectures on the theory of probability and mathematical statistics. – Pavlodar, 2014.-430 p.

3 Ismailov D. additive divisor problem. – Pavlodar, 2010. – 243 p.

ТҮЙІН

Ф.С. Алдабергенов
№ 32 орта мектеп-гимназия (Астана қ.)

Сәулет саласындағы математика әлде болашақ құрылу заңдарының математикалық дұрыс болуы

Мектептегі оқу процессіндегі пәнаралық байланыс-жетістік оқытудың қажет жағдайы. Геометриялық пішіндердің дұрыс орындалған сызбасы және тіктөртбұрыштық кескін емлесінің денелері геометрия пәнінде математикалық есептердің бір шешімдері болып саналады.

Құрылыс тәсілдері - кескіннің тегіс ауысуы, айналуы және қиысуы кескіндіктің таза ұзындығын табуын көрнекті көрсетеді.

Түйін сөздер: болашақтар, кескіндік сәулелері, косинус теоремасы.

RESUME

F.S. Aldabergenov
Grammar school № 32 (Astana)

Mathematics in architecture or the laws of prospects construction are mathematically true

An interdisciplinary connection in the school learning process is a necessary condition for successful teaching. Properly executed drawing of geometric shapes according to the rules of rectangular projection is one of the solutions of mathematical problems in geometry. Such ways of construction as the replacement of the projection planes, rotation and alignment demonstrate finding out of an actual size of a segment and a plane.

Key words: *prospects, projecting rays, cosine theorem.*